

ΥΛΗ

- 1) Αρχή Δυνατών Έργων
- 2) Αρχή D'Alembert \leftarrow Δ.Ε. Lagrange
 Δ.Ε. Hamilton

Δεσφοί είναι περιορισμοί που επιβάλλονται κατ'εξ ανάγκη στην ισορροπία ή την κίνηση στα υλικά σημεία ενός συστήματος. (Εξίσωση)

- Ολόνομοι και
- Ανολόνομοι δεσφοί

Θεωρώ σύστημα N υλικών σημείων

Ορισμός σημείου: (x_i, y_i, z_i) , $i=1, \dots, N$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_N, y_N, z_N, t) &= 0 \\ \vdots \\ \varphi_k(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_N, y_N, z_N, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ΟΛΟΝΟΜΟΙ}$$

k : αριθμός των δεσφών.

Ισχύει $\boxed{k < 3N}$

Ο αριθμός των ανεξ. καρτεσιανών συντεταγμένων που χρειαζόμαστε για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός συστήματος υλικών σημείων είναι $3N - k$

Ρεόντοιοι ολόνομοι δεσφοί όταν υπάρχει παρουσία στην εξίσωση ως t .

Σκλήρονομοι ολόνομοι δεσφοί όταν δεν υπάρχει ετήσιμη αν' τον χρόνο t .

Π2

Σύστημα 4 υλικών σφαιρών

$$(x_1, y_1, z_1)$$

$$(x_2, y_2, z_2)$$

$$(x_3, y_3, z_3)$$

$$(x_4, y_4, z_4)$$

Υποθέτουμε ότι το σύστημα κεντράρεται πάνω σε μία οριζόντια επιφάνεια. Η ακτίνα μεταβάλλεται ανεξάρτητα ως t $z \perp \epsilon_2$ υλική σφαιρίδα κρυσταλλώνεται σε μία σταθερή απόσταση.

1ος δεσμός: $x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = R^2(t)$
2ος δεσμός: $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = a$, a σταθ.

K : δεσμοί ($K=2$)

N : υλικά σφαιρίδια ($N=4$)

$$3N - K = 3 \cdot 4 - 2 = 10$$

$$(x_1, y_1, z_1, \dots, x_N, y_N, z_N) \leftrightarrow (x_1, x_2, x_3, \dots, x_{3N-1}, x_{3N})$$

όρα $\varphi_1(x_1, \dots, x_{3N}, t) = 0$

\vdots
 $\varphi_k(x_1, \dots, x_{3N}, t) = 0$

διαφορί: $\frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_{3N}} dx_{3N} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} dt = 0$

\vdots
 $\frac{\partial \varphi_k}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_{3N}} dx_{3N} + \frac{\partial \varphi_k}{\partial t} dt = 0$

ορίζω: $\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} = a_{ij}$ και $\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} = a_{i0}$ όρα

$$\left\{ \begin{aligned} a_{1,1} dx_1 + a_{1,2} dx_2 + \dots + a_{1,3N} dx_{3N} + a_{1,0} dt &= 0 \\ \vdots \\ a_{k,1} dx_1 + a_{k,2} dx_2 + \dots + a_{k,3N} dx_{3N} + a_{k,0} dt &= 0 \end{aligned} \right.$$

Αν $a_{i,0} = 0$ για $i=1, \dots, 3N$ τότε έχουμε σκληρότητα

(3)

Ανολόγητοι Δεσφοί

$$f_1(x_1, y_1, z_1, \dots, x_N, y_N, z_N) \geq 0$$

$$f_2(x_1, y_1, z_1, \dot{x}_2, \dot{y}_2, \dot{z}_2, \dots, x_N, y_N, z_N) = 0$$

$$u_x = x$$

Π

Υλικό σημείο (x_1, y_1, z_1) κινείται στην επιφάνεια
ή στο εσωτερικό μιας σφαίρας $(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \leq R^2)$

Την Πέμπτη 9/2/2017 θα αποφασιστεί στο μάθημα
αν μπει πρόοδος (2 πρόοδοι, κατά πάσα πιθανότητα)!